Вычисление вращательной восприимчивости кирального конденстата в КХД

Ксения Икаева

ИТЭФ

Москва, 2017

Часть 1

Восприимчивость через спектр оператора Дирака

Результат, известный из работ по изучению случая магнитного поля:

$$\langle\overline{\Psi}\Sigma_{\alpha\beta}\Psi\rangle = \langle\overline{\Psi}\Psi\rangle \lim_{\lambda\to 0}\langle\int d^4x\Psi_\lambda^\dagger(x)\Sigma_{\alpha\beta}\Psi_\lambda(x)\rangle$$

Останется ли аналогичное выражение справедливым в случае вращения и ненулевого химпотенциала? -Да.

Метрика искривленного пространства времени:

$$ds^2 = (1+2\phi_g)dt^2 - (1-2\phi_g)\overrightarrow{dx}^2 + 2\overrightarrow{A_g}\overrightarrow{dx}dt,$$

при $\Omega \to 0$ принимает вид

$$ds^2 = dt^2 - \overrightarrow{dx}^2 + 2\overrightarrow{A_g}\overrightarrow{dx}dt.$$

Оператор Дирака $\mathcal{D} = \imath\gamma_\mu\partial_\mu$ запишем в новой метрике:

$$\gamma_\mu\partial_\mu = \begin{pmatrix}\gamma_0 & \overrightarrow{\gamma}\end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \overrightarrow{A_g} \\ \overrightarrow{A_g} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_0 + \mu \\ \overrightarrow{\partial} \end{pmatrix} =$$

$$= \gamma_0\partial_0 - \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{\partial} + \gamma_0\mu + \gamma_0\overrightarrow{A_g}\,\overrightarrow{\partial} + \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\partial_0 + \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\mu$$

и разделим выражение на следующие члены:

$$\mathcal{D}_0 = \imath\gamma_0\partial_0 - \imath\overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{\partial}$$

$$V_\mu = \imath\gamma_0\mu$$

$$V_\Omega = \imath\gamma_0\overrightarrow{A_g}\,\overrightarrow{\partial} + \imath\overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\partial_0$$

$$V_{\mu\Omega} = \imath\overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\mu$$

$$V = V_\mu + V_\Omega + V_{\mu\Omega}$$

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 + V$$

Очевидно, что μ и $A_{g,i}$ коммутируют с γ_5. Значит, выражение, аналогичное полученному для магнитного поля, верно и для вращения. Применяем теорию возмущений (по μ и Ω) и получаем выражение для восприимчивости.

$$\chi_g = \mu \lim_{\lambda \to 0} \sum_{\substack{k \\ \lambda_k \neq \lambda}} \int d^4x \mathrm{Re}\{ \frac{\alpha_{k0}}{\lambda - \lambda_k} \Psi^{(0)\dagger} \gamma_2 \gamma_1 \psi_k \} -$$

$$-\mu \lim_{\lambda \to 0} \sum_k \sum_r \int d^4x \mathrm{Im}\{ \frac{\eta_{r0}\theta_{kr} + \eta_{kr}\theta_{r0}}{(\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_r)} \Psi^{(0)\dagger} \gamma_2 \gamma_1 \psi_k \} -$$

$$-\frac{\imath}{2} \mu \lim_{\lambda \to 0} \sum_{\substack{k \\ \lambda_k \neq \lambda}} \sum_{\substack{l \\ \lambda_l \neq \lambda}} \frac{(\eta^*_{k0}\theta_{l0} + \theta^*_{k0}\eta_{l0})}{(\lambda - \lambda_k)^*(\lambda - \lambda_l)} \int d^4x \psi_k^\dagger \gamma_2 \gamma_1 \psi_l .$$

Здесь ψ_k - собственная функция $\mathcal{D}_0$, соответствующая собственному значению λ_k, $\Psi^{(0)}$ - поправка 0-порядка к Ψ_λ $(\lambda \to 0)$, $\overrightarrow{\Omega} = \Omega \overrightarrow{e}$. Круглые скобки () обозначают смешанное произведение векторов.

$$\alpha_{k0} \equiv \int d^4x \psi_k^\dagger(x)(\overrightarrow{e}, \overrightarrow{\gamma}, \overrightarrow{x})\Psi^{(0)}(x),$$

$$\eta_{k0} \equiv \int d^4x \psi_k^\dagger \gamma_0 \Psi^{(0)}, \eta_{lr} \equiv \int d^4x \psi_l^\dagger \gamma_0 \psi_r,$$

$$\theta_{k0} \equiv \int d^4x \psi_k^\dagger(\overrightarrow{e}, \overrightarrow{\gamma}, \overrightarrow{x})\partial_0 \Psi^{(0)} - \int d^4x \psi_k^\dagger \gamma_0 (\overrightarrow{e}, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{\partial})\Psi^{(0)},$$

$$\theta_{lr} \equiv \int d^4x \psi_l^\dagger(\overrightarrow{e}, \overrightarrow{\gamma}, \overrightarrow{x})\partial_0 \psi_r - \int d^4x \psi_l^\dagger \gamma_0 (\overrightarrow{e}, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{\partial})\psi_r.$$

Часть 2

Голографический подход: модель с жесткой стенкой

Рассматриваем N_c D4 бран и N_f $D8-\overline{D8}$ пар ($D4/D8/\overline{D8}$-система). Подходящий член Черна-Саймонса есть $S_{cs}=\alpha_8\int C_1\wedge dC_3\wedge\ F\wedge F$, где α_8 - константа, свойственная модели с $D8$-бранами. Здесь $C_1=A_g$, $dC_1=F_g$, A_g -гравифотонное поле, dC_3 - 4-форма, содержащая заряд D4 бран. Можно проинтегрировать это выражение по S_4, так что $\int\limits_{S_4} dC_3=2\pi N_c$. В итоге приходим к нужному члену действия:

$$\frac{N_c}{24\pi^2}\int C_1\wedge\ F\wedge F$$

$$S_{cs}(A_L) - S_{cs}(A_R)$$

$$V = \frac{A_L + A_R}{2},\ A = \frac{A_L - A_R}{2},\ A_L = V + A,\ A_R = V - A$$

$$S_{cs} = \int 2(C_1 \wedge F_V \wedge F_A + C_1 \wedge F_A \wedge F_V)$$

$$S_{cs} = \int 2(C_1 \wedge d\omega_V \wedge d\omega_A + C_1 \wedge d\omega_A \wedge d\omega_V)$$

$$\int C_1 \wedge F_V \wedge F_A = -\int dC_1 \wedge d\omega_V \wedge \omega_A$$

$$\int C_1 \wedge F_A \wedge F_V = -\int dC_1 \wedge \omega_A \wedge d\omega_V$$

Учитывая только $F_{12} = 2\Omega$, после правильной свертки по индексам, получим:

$$S_{cs} = -8\Omega \int d^5x(A_3\partial_z V_0 - A_0\partial_z V_3)$$

$$\langle AV \rangle = \frac{\delta^{(2)} S_{cs}}{\delta \hat{A}_0 \delta \hat{V}_0}$$

$$\langle A_0(-Q) V_3(Q) \rangle = 8\Omega \int dz a_0(-Q, z) \partial_z v_3(Q, z) =$$

$$= 8\Omega \int dz a(-Q, z) \dot{v}_3(Q, z)$$

Голографическое вычисление:

$$\langle AV\rangle \simeq q_0^2 \frac{2\Omega\langle\overline{\Psi}\Psi\rangle m}{Q^4} \frac{1,815 x_m^4}{27} \frac{\mu N_f}{f_\pi^2} \frac{N_c}{24\pi^2}$$

OPE:

$$\langle V_3 A_{0||}\rangle \simeq \frac{(4 q_0 q^0 m \langle\overline{\Psi}\sigma_{12}\Psi\rangle)}{Q^4}$$

$$\chi_g = \frac{1,815 x_m^4}{2\cdot 54} \frac{\mu N_f}{f_\pi^2} \frac{N_c}{24\pi^2} \simeq 0,7\cdot 10^{-3} x_m^4 \frac{\mu N_f N_c}{\pi^2 f_\pi^2}$$

$$x_m = Q z_m$$

Заключение. Оставшиеся нерешенными вопросы

1) Как посчитать численно результат, полученный через спектр оператора Дирака?
2) Как применить к задаче голографическую "hard wall"модель с тензорными полями ранга 2?