Суперсимметричные теории с нарушенной лоренц-инвариантностью

А. О. Маракулин

Институт ядерных исследований РАН

Аннотация

Рассматриваются суперсимметричные теории с нарушенной лоренц-инвариантностью. Вопросы существования нетривиальных лоренц-нарушающих моделей скалярного и векторного супермультиплетов рассмотрены на компонентном уровне, суперсимметричная модель гравитационного супермультиплета - с использованием суперполевого формализма. Построено суперсимметричное расширение модели Эйнштейн-эфир гравитации - теория линеаризованной супергравитации с нарушенной лоренц-инвариантностью, основанная на конструкции суперполя эфира. Получен лагранжиан Эйнштейн-эфир суперсимметричной теории гравитации в суперполях, выписано компонентное выражение бозонной части действия, а также проанализированы феноменологические следствия.

1 Введение

Важнейшей проблемой современной теоретической физики является несовместимость принципов квантовой теории поля и общей теории относительности: вопросы построения непротиворечивой квантовой теории гравитации остаются открытыми. Выходом из сложившегося положения может стать ограничение области применимости ряда постулатов, на которых построена современная теория гравитации и отказ от них на высоких энергетических масштабах. Одним из вариантов такой модификации теории является отказ от лоренц-инвариантности как фундаментальной симметрии.

Вероятность того, что лоренц-симметрия может оказаться лишь эффективной симметрией, возникающей в низкоэнергетическом пределе, широко обсуждается в современной физике. Попытки решить проблемы общей теории относительности являются одной из основных мотиваций при рассмотрении лоренц-нарушающих моделей. Ряд лоренц-нарушающих модификаций эйнштейновской общей теории относительности хорошо зарекомендовал себя с точки зрения лучшей совместимости с квантовой теорией поля: так, весьма перспективным представляется нерелятивистский подход к квантованию гравитации, предложенный П. Хоравой [1] и получивший в последнее время развитие в ряде работ [2, 3], который основан на замене лоренц-инвариантности требованием анизотропной масштабной инвариантности в области высоких энергий. Низкоэнергетический предел теории Хоравы - хронометрическая теория гравитации - является частным случаем так называемой теории Эйнштейн-эфир гравитации[4], действие для которой имеет вид

$$S = S_{GR} - \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left(c_1\left(\nabla_n u_m\right)^2 + c_2\left(\nabla_m u_m\right)^2 + c_3\nabla_n u_m\nabla^m u^n - c_4 u^r u^s\nabla_r u_m\nabla_s u^m\right), \quad (1)$$

где S_{GR} - действие обычной эйнштейновской гравитации. Эфир представляет собой динамическое времениподобное векторное поле с единичной нормой ($u_m u^m = -1$).

Лоренц-инвариантность проверена многочисленными экспериментальными тестами [5], и в секторе Стандартной модели существуют сильные ограничения на параметры лоренц-нарушения. В то же время нарушение лоренц-инвариантности при высоких энергиях, как правило, приводит также к существенному нарушению в области низких энергий [6]. Поэтому для того, чтобы теория гравитации с нарушением лоренц-инвариантности в ультрафиолетовой области была феноменологически приемлемой, она должна содержать механизм, обеспечивающий восстановление лоренц-инвариантности при низких энергиях. Один из таких механизмов, основанный на суперсимметрии, реализован в суперсимметричном обобщении Эйнштейн-эфир теории [7].

Это обобщение использует понятие кирального векторного суперполя U_m, низшая компонента которого в разложении по грассмановым переменным является полем эфира. На суперполе накладывается условие

$$U_m U^m = -1. \tag{2}$$

Суперсимметрия резко ограничивает возможность взаимодействия эфира с сектором Стандартной модели, оставляя последний лоренц-инвариантным, и, кроме того, приводит к ряду важных феноменологических следствий. Авторы работы [7] построили наиболее общее действие для поля супер-эфира, приводящее к условиям на параметры действия эфира: $c_2+c_3 = 0$, $c_4 = 0$. Определить значения параметров c_2 и c_3 по отдельности можно только при рассмотрении полной версии суперсимметричной Эйнштейн-эфир теории, включающей супергравитацию.

Данная работа посвящена суперсимметричным моделям с нарушенной лоренц-инвариантностью, вопросам их существования и единственности. Модели со скалярными и векторными супермультиплетами будут рассмотрены на компонентном уровне, суперсимметричная модель гравитационного супермультиплета - с использованием суперполевого формализма, как суперсимметричное расширение модели Эйнштейн-эфир гравитации. Нами подробно изучена теория линеаризованной супергравитации с нарушенной лоренц-инвариантностью, основанная на конструкции суперполя эфира, гравитационного суперполя и линейного компенсатора, характерного для неминимальных моделей N = 1 супергравитации. Построен лагранжиан Эйнштейн-эфир суперсимметричной теории гравитации в суперполях, проведено интегрирование по суперпространству для получения компонентного выражения бозонной части действия, а также проанализированы феноменологические следствия.

2 Суперсимметрия и нарушение лоренц-инвариантности

Рассмотрим безмассовый супермультиплет $X = (A, \Psi_\alpha)$, состоящий из скалярного и спинорного полей. Для анализа вопросов существования и единственности теории скалярного супермультиплета с нарушением лоренцевой симметрии поставим задачу построения соответствующего представления алгебры суперсимметрии в лоренц-нарушающем случае, когда нарушение релятивистской инвариантности задаётся времениподобным вектором u_m с единичной нормой. Можно показать, что наиболее общая алгебра суперсимметрии, замыкающаяся на массовой поверхности в соответствии с соотношением $[\delta_\xi \delta_\eta]X = 2i\left(\eta\sigma_m\bar{\xi} - \xi\sigma_m\bar{\eta}\right)\partial_m X$, в этом случае имеет вид:

$$\delta_\xi A = \xi\Psi, \tag{3}$$

$$\delta_\xi \Psi_\alpha = 2i\left(\sigma_m\bar{\xi}\right)_\alpha \partial_m A + C_1 i u_m \xi_\alpha \partial_m \bar{A} + C_2 i u_m \left(\sigma_{mn}\xi\right)_\alpha \partial_n \bar{A}. \tag{4}$$

Предполагается, что в данном случае под вопросом существования суперсимметричной лоренц-нарушающей теории понимается вопрос существования соответствующего представления алгебры, преобразования которой замыкаются на уравнениях движения. Это более мягкое требование, нежели стандартное условие того, что теория задаётся действием, инвариантнтым относительно рассматриваемых преобразований, из которого следуют уравнения движения. В последнем, более жёстком случае из инвариантности лагранжиана $\delta_\xi L = 0$ будет следовать

$$C_1 = C_2 = 0 \tag{5}$$

Иными словами, в случае, когда мы требуем от теории существования лагранжиана, нетривиальной теории скалярного супермультиплета с нарушенной лоренц-инвариантностью не существует, и никаких принципиально новых возможностей для построения суперсимметричных моделей для скалярного мультиплета лоренц-нарушение не даёт. Иная ситуация возникает в случае, когда в рассмотрение вводится набор скалярных и спинорных полей $X = \left(A^i, \Psi^i_\alpha\right)$ и ставится тот же вопрос существования и единственности нетривиальной лоренц-нарущающей теории, инвариантной относительно суперсимметричных преобразований. В этом случае требование существования лагранжиана модели, инвариантного относительно набора суперсимметричных преобразований наиболее общего вида, замкнутых на массовой оболочке,

$$\delta_\xi A^i = \xi\Psi^i \tag{6}$$

$$\delta_\xi \Psi^i_\alpha = 2i\left(\sigma_m\bar{\xi}\right)_\alpha \partial_m A^i + C_1^{ij} i u_m \xi_\alpha \partial_m \bar{A}_j + C_2^{ij} i u_m \left(\sigma_{mn}\xi\right)_\alpha \partial_n \bar{A}_j \tag{7}$$

приводит к более мягким условиям

$$C_2^{ij} = 0 \tag{8}$$

и к возможности существования нетривиальной теории, заданной действием. Лагранжиан и алгебра суперсимметрии, таким образом, допускают существование нетривиальной лоренц-нарушающей суперсимметричной модели для теории поля из нескольких скалярных и спинорных полей. Гораздо более жёсткая ситуация возникает, если рассматривать безмассовый векторный супермультиплет, состоящий из калибровочного и спинорного полей: (v_m, λ_α). В этом случае можно показать, что не существует нетривиальных суперсимметричных преобразований полей с лоренц-нарушающими слагаемыми, замыкающих алгебру суперсимметрии на уравнениях движения. Как следствие, не существует и лоренц-нарушающих суперсимметричных лагранжианов. Таким образом, нетривиальные суперсимметричные модели с нарушением релятивистской инвариантности в случае векторного супермультиплета отсутствуют. Для скалярного супермультиплета вопрос их существования зависит от количества пар скалярных и спинорных полей, а также от того, предъявляем ли мы к теории требование существования лагранжиана. Последнее требование оказывается существенным для случая одного скалярного и одного спинорного поля, поскольку сводит возможные модели к тривиальному лоренц-инвариантному случаю. Данные выводы согласуются с результатами [8], полученными в рамках суперполевого формализма, и косвенно свидетельствуют о корректности последнего для лоренц-нарушающего случая.

3 Супергравитация с нарушенной лоренц-инвариантностью

В связи с наличием существенных вычислительных трудностей вопрос существования и единственности лоренц-нарущающей теории для гравитационного супермультиплета логично решать в терминах суперполей. Задача построения Эйнштейн-эфир супергравитации как обобщения минимальной $N = 1$ супергравитации не может быть решена, поскольку в её рамках невозможно определить киральное векторное суперполе: суперковариантные производные со спинорными индексами не антикоммутируют. В связи с этим необходимо обратиться к моделям неминимальной $N = 1$ супергравитации, которые дают возможность определить антикоммутирующие суперковариантные производные со спинорными индексами[9]. Для построения суперсимметричного лагранжиана Эйнштейн-эфир гравитации, инвариантного относительно суперкалибровочных преобразований, нужно воспользоваться версией неминимальной супергравитации, поскольку в её рамках условие киральности векторного суперполя совместно с условием (2).

Действие линеаризованной неминимальной супергравитации в терминах суперполей первого порядка малости - вещественного гравитационного суперполя V_a, неминимального компенсатора Γ, представляющего собой линейное скалярное суперполе ($\bar{D}^2\Gamma = 0$), и сопряжённого ему, имеет вид[9]:

$$\begin{aligned} S_{SG} = \frac{1}{\varkappa^2}\int d^8z\Bigg[\frac{1}{4}\Big((\partial_k H_m)^2 - (\Delta_k H_m)^2\Big) + \frac{n+1}{2n}(\partial_m H^m)^2 + \frac{n+1}{2}(\Delta_m H^m)^2 - \\ - i\frac{3n+1}{2n}\partial_m H^m\left(\Gamma - \bar{\Gamma}\right) + \frac{3n+1}{2}\Delta_m H^m\left(\Gamma + \bar{\Gamma}\right) + \frac{9n^2-1}{8n}(\Gamma^2 + \bar{\Gamma}^2) + \frac{(3n+1)^2}{4n}\Gamma\bar{\Gamma}\Bigg]. \quad (9) \end{aligned}$$

где введено обозначение $\Delta_k H_m = \frac{1}{4}\bar{\sigma}_k^{\dot{\alpha}\alpha}[\bar{D}_{\dot{\alpha}}, D_\alpha]H_m$, которое будет удобно нам в дальнейшем. Действие представляет собой функционал, инвариантный относительно суперкалибровочных преобразований с параметрами $L_\alpha, \bar{L}_{\dot{\alpha}}$

$$\delta H_{\alpha\dot{\alpha}} = \bar{D}_{\dot{\alpha}} L_\alpha - D_\alpha \bar{L}_{\dot{\alpha}} \quad (10)$$

$$\delta\Gamma = -\frac{n+1}{4(3n+1)}\bar{D}^2 D^\alpha L_\alpha + \frac{1}{4}\bar{D}^{\dot{\alpha}} D^2 \bar{L}_{\dot{\alpha}} \quad (11)$$

Обозначим вакуумное среднее суперсимметричного поля эфира как W^a, а возмущение первого порядка над вакуумом за V^a. Для определенности будем считать, что вакуум супер-эфира вещественный, хотя суперсимметрия позволяет рассматривать комплексный вакуум. Суперкалибровочные преобразования для супер-эфира имеют вид

$$\delta V^a = w^b M_b{}^a \quad (12)$$

где

$$M_{ab} = \frac{1}{4}(\sigma_{ab})_\beta{}^\alpha D_\alpha \bar{D}^2 L^\beta + \frac{1}{4}(\bar{\sigma}_{ab})^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}}\bar{D}^{\dot{\beta}} D^2 \bar{L}_{\dot{\alpha}} \quad (13)$$

и оставляют инвариантной суперковариантную производную супер-эфира:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} V^c = -w^b \Phi_{\dot{\alpha}b}{}^c \,. \tag{14}$$

где

$$\Phi_{\dot{\alpha}bc} = -\frac{1}{4}(\sigma_{bc})_\alpha{}^\beta \bar{D}^2 D^\alpha H_{\beta\dot{\alpha}} - (\bar{\sigma}_{bc})^{\dot{\beta}}{}_{\dot{\alpha}} \bar{D}_{\dot{\beta}} \Gamma \tag{15}$$

- связность в суперпространстве.

Приведённый набор суперполей достаточен для построения супергравитации с нарушенной лоренц-инвариантностью. Процедура построения проста идейно, однако включает в себя довольно громоздкие вычисления, такие как выписывание калибровочных преобразований всех возможных независимых вещественных суперполевых слагаемых второго порядка малости без свободных векторных индексов, составленных из рассмотренных здесь суперполей. Коэффициенты при одинаковых слагаемых в преобразованиях рассматриваются как коэффициенты системы линейных уравнений, в которой неизвестные - это числовые коэффициенты, стоящие перед выписанными суперполевыми конструкциями в лагранжиане.

После проведения этих вычислений и решения системы линейных уравнений[10] получается лагранжиан, инвариантный относительно суперкалибровочных преобразований, содержащий один свободный параметр:

$$\begin{aligned} S_{\text{æ}} = \frac{C}{2\kappa^2}\int d^8z \Big[& V_a \bar{V}^a + i w^a w^b \partial_a H_b (\Gamma - \bar{\Gamma}) + w^a w^b \Delta_a H_b (\Gamma + \bar{\Gamma}) + \\ & + \frac{1}{4}\big(\Delta_k H_m \Delta^k H^m - \partial_k H_m \partial^k H^m - (\Delta_m H^m)^2 + (\partial_m H^m)^2\big) + \\ & + \frac{i}{4}\partial_m H^m (\Gamma - \bar{\Gamma}) + \frac{1}{4}\Delta_m H^m (\Gamma + \bar{\Gamma}) + \frac{3}{8}(\Gamma^2 + \bar{\Gamma}^2) \Big] \,, \end{aligned} \tag{16}$$

В результате интегрирования по суперпространству и отынтегрирования вспомогательных полей в пределе малого параметра бозонная часть лагранжиана принимает вид[10]

$$\begin{aligned} L = \frac{1}{2\varkappa^2}\Big\{ & \frac{1}{4} h_{km} \Box h^{km} + \frac{1}{2}\partial^k h_{km} \partial_l h^{lm} - \frac{1}{2}\partial_k h^{km} \partial_m h + \frac{1}{4}\partial_m h \partial^m h - \partial_m \hat{v}^R_a \partial^m \hat{v}^{R,a} - \partial_m \hat{v}^I_a \partial^m \hat{v}^{I,a} + \\ & + \sqrt{C}\, \hat{v}^{R,a} w^b \big(\partial_b \partial^k h_{ka} - \partial_a \partial^k h_{kb}\big) - \frac{C}{4} w^a w^b \big(\partial_a h_{mn} - \partial_m h_{na}\big)\big(\partial_b h^{mn} - \partial^m h^n{}_b\big) - \\ & - \frac{C}{2} w^a w^b \partial_a \hat{v}^{I,m} \partial_b \hat{v}^I_m + \frac{C}{2}(\partial_a \hat{v}^{I,a})^2 - C w^b w^c \epsilon_{bkam} \partial^k \hat{v}^{R,a} \partial_c \hat{v}^{I,m} + O(C^{3/2}) \Big\} \,. \end{aligned} \tag{17}$$

где $\hat{v}^a$ - поле эфира, отнормированное канонически. Сравнивая полученное выражение с общим видом лагранжиана Эйнштейн-эфир гравитации, нетрудно показать, что построенная нами теория соответствует частному случаю выбора параметров нарушения лоренц-инвариантности: $c_{2,3,4} = 0$.

Обсудим экспериментальные ограничения на построенную модель. В общем случае Эйнштейн-эфир теории параметры постньютоновского разложения $\alpha_{1,2}$ выражаются через параметры нарушения лоренц-инвариантности c_i [4]. Из наблюдений в Солнечной системе известны сильные ограничения: $|\alpha_1| \lesssim 10^{-4}$, $|\alpha_2| \lesssim 4 \times 10^{-7}$[11]. Как показано в данной работе, случай суперсимметризованной Эйнштейн-эфир теории соответствует выбору параметров $c_1 \neq 0$, $c_{2,3,4} = 0$. В этом случае жёсткие ограничения касаются именно коэффициента c_1: $|c_1| \lesssim 10^{-7}$.

Дальнейшие перспективы исследований в данной области могут быть связаны с нелинейной реализацией модели, а также с построением на компонентном уровне фермионной части действия и изучению связанных с ней феноменологических вопросов. Мы полагаем, что имеющиеся следствия модели лоренц-нарушающей супергравитации, такие, как скорости распространения малых возмущений (можно показать, что скорости векторных мод в теории совпадают либо со скоростями скалярных, либо со скоростью гравитона) могут оказаться полезными для построения теории на компонентном уровне и более подробному прояснению структуры модели.

Докладчик выражает благодарность своему научному руководителю С. М. Сибирякову.

Список литературы

[1] Horava, P. (2009). Quantum gravity at a Lifshitz point. Physical Review D, 79(8), 084008, 1-15.

[2] Blas, D., Pujolas, O., and Sibiryakov, S. (2009). On the extra mode and inconsistency of Horava gravity. Journal of High Energy Physics, 2009(10), 029, 1-28.

[3] Blas, D., Pujolas, O., and Sibiryakov, S. (2010). Consistent extension of Horava gravity. Physical Review Letters, 104(18), 181302, 1-4.

[4] Jacobson, T. (2007). Einstein-aether gravity: a status report. Proceedings of Science, QG-PH, 020, 1-18

[5] Kostelecky, V. A., and Russell, N. (2011). Data tables for Lorentz and CPT violation. Reviews of Modern Physics, 83(1), 11-31.

[6] Collins, J., Perez, A., Sudarsky, D., Urrutia, L., and Vucetich, H. (2004). Lorentz invariance and quantum gravity: an additional fine-tuning problem? Physical Review Letters, 93(19), 191301, 1-4.

[7] Pujolas, O., and Sibiryakov, S. (2012). Supersymmetric aether. Journal of High Energy Physics, 2012(1) 062, 1-18.

[8] Nibbelink, S. G., and Pospelov, M. (2005). Lorentz violation in supersymmetric field theories. Physical Review Letters, 94(8), 081601, 1-4.

[9] Buchbinder, I. L., and Kuzenko, S. M. (1998). Ideas and methods of supersymmetry and supergravity, or A walk through superspace. Institute of Physics Pub.

[10] Marakulin, A., and Sibiryakov, S. (2016) Linearized supergravity with a dynamical preferred frame. arXiv preprint arXiv:1610.07805.

[11] Foster, B. Z., and Jacobson, T. (2006). Post-Newtonian parameters and constraints on Einstein-aether theory. Physical Review D, 73(6), 064015, 1-9.