О вычислении вращательной восприимчивости кирального конденсата в КХД

К.Икаева

Московский физико-технический институт (государственный университет

Хорошо известно, что кварковый конденсат, помещенный в магнитное поле, намагничивается. Магнитная восприимчивость вакуума была введена и оценена в работе [1]. Очевидно, причина этого явления состоит в том, что спины кварков выстраиваются вдоль направления магнитного поля. Таким образом, можно вычислить магнитную восприимчивость кирального конденсата, изучая линейный отклик системы на внешнее воздействие. Обычно ищут коэффициент линейной реакции, вычисляя вакуумные значения вида $\langle\overline{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi\rangle$ и принимая во внимание, что $\langle\overline{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi\rangle = \chi\langle\overline{\Psi}\Psi\rangle F_{\mu\nu}$. Здесь $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ - тензор напряженности электромагнитного поля.

Рассматривая вращение кваркового конденсата, можно обнаружить "гравинамагничивание". Оно сходно со случаем внешнего магнитного поля. Физически это означает, что спины кварков во вращающемся веществе выстраиваются вдоль оси вращения. При изучении вращения нужно изучать средние значения типа $\langle\overline{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi\rangle = \chi_g\langle\overline{\Psi}\Psi\rangle G^g_{\mu\nu}$, введенные в статье [4]. Здесь $G^g_{\mu\nu} = \partial_\mu A^g_\nu - \partial_\nu A^g_\mu$, а A^g - гравифотон, который является компонентой метрики искривленного пространства-времени.

В данной работе изучается вращательная восприимчивость кирального конденсата по аналогии с его магнитной восприимчивостью. Однако в случае вращения принципиально важно принимать во внимание ненулевой химпотенциал $\mu \neq 0$. Восприимчивость в этом случае показывает отклик не только на само вращение, но и на μ. Ниже представлены краткие результаты двух вариантов ее вычисления: 1) через спектр и собственные функции оператора Дирака в специальной метрике, соответствующей вращению; 2) с использованием голографической модели КХД с жесткой стенкой.

1. Восприимчивость через спектр оператора Дирака

Результат для тензорного тока, известный из работы по изучению случая магнитного поля [2]:

$$\langle\overline{\Psi}\Sigma_{\alpha\beta}\Psi\rangle = \langle\overline{\Psi}\Psi\rangle \lim_{\lambda\to 0}\langle\int d^4x \Psi^\dagger_\lambda(x)\Sigma_{\alpha\beta}\Psi_\lambda(x)\rangle.$$

Останется ли аналогичное выражение справедливым в случае вращения и ненулевого химпотенциала? Да.

Метрика искривленного пространства времени

$$ds^2 = (1+2\phi_g)dt^2 - (1-2\phi_g)\overrightarrow{dx}^2 + 2\overrightarrow{A_g}\overrightarrow{dx}dt,$$

при $\Omega \to 0$ принимает вид

$$ds^2 = dt^2 - \overrightarrow{dx}^2 + 2\overrightarrow{A_g}\overrightarrow{dx}dt.$$

Оператор Дирака $\mathcal{D} = \imath\gamma_\mu\partial_\mu$ запишем в новой метрике:

$$\gamma_\mu\partial_\mu = \begin{pmatrix}\gamma_0 & \overrightarrow{\gamma}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \overrightarrow{A_g}\\ \overrightarrow{A_g} & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\partial_0+\mu\\ \overrightarrow{\partial}\end{pmatrix} =$$

$$= \gamma_0\partial_0 - \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{\partial} + \gamma_0\mu + \gamma_0\overrightarrow{A_g}\,\overrightarrow{\partial} + \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\partial_0 + \overrightarrow{\gamma}\,\overrightarrow{A_g}\mu$$

и разделим выражение на следующие члены:

$$\mathcal{D}_0 = \imath\gamma_0\partial_0 - \imath\overrightarrow{\gamma}\overrightarrow{\partial},$$

$$V_\mu = \imath\gamma_0\mu,$$

$$V_\Omega = \imath\gamma_0\overrightarrow{A_g}\overrightarrow{\partial} + \imath\overrightarrow{\gamma}\overrightarrow{A_g}\partial_0,$$

$$V_{\mu\Omega} = \imath\overrightarrow{\gamma}\overrightarrow{A_g}\mu,$$

$$V = V_\mu + V_\Omega + V_{\mu\Omega},$$

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 + V.$$

Очевидно, что μ и $A_{g,i}$ коммутируют с γ_5. Значит, выражение, аналогичное полученному для магнитного поля, верно и для вращения. Применяем теорию возмущений (по μ и Ω) и получаем выражение для восприимчивости.

$$\chi_g = \mu\lim_{\lambda\to 0}\sum_{\substack{k\\ \lambda_k\neq\lambda}}\int d^4x\mathrm{Re}\{\frac{\alpha_{k0}}{\lambda-\lambda_k}\Psi^{(0)\dagger}\gamma_2\gamma_1\psi_k\}-$$

$$-\mu\lim_{\lambda\to 0}\sum_k\sum_r\int d^4x\mathrm{Im}\{\frac{\eta_{r0}\theta_{kr}+\eta_{kr}\theta_{r0}}{(\lambda-\lambda_k)(\lambda-\lambda_r)}\Psi^{(0)\dagger}\gamma_2\gamma_1\psi_k\}-$$

$$-\frac{\imath}{2}\mu\lim_{\lambda\to 0}\sum_{\substack{k\\ \lambda_k\neq\lambda}}\sum_{\substack{l\\ \lambda_l\neq\lambda}}\frac{(\eta^*_{k0}\theta_{l0}+\theta^*_{k0}\eta_{l0})}{(\lambda-\lambda_k)^*(\lambda-\lambda_l)}\int d^4x\psi_k^\dagger\gamma_2\gamma_1\psi_l.$$

Здесь ψ_k - собственная функция $\mathcal{D}_0$, соответствующая собственному значению λ_k, $\Psi^{(0)}$ - поправка 0-порядка к Ψ_λ ($\lambda\to 0$), $\overrightarrow{\Omega} = \Omega\overrightarrow{e}$. Круглые скобки () обозначают смешанное произведение векторов.

$$\alpha_{k0} \equiv \int d^4x\psi_k^\dagger(x)(\overrightarrow{e},\overrightarrow{\gamma},\overrightarrow{x})\Psi^{(0)}(x),$$

$$\eta_{k0} \equiv \int d^4x\psi_k^\dagger\gamma_0\Psi^{(0)}, \eta_{lr} \equiv \int d^4x\psi_l^\dagger\gamma_0\psi_r,$$

$$\theta_{k0} \equiv \int d^4x\psi_k^\dagger(\overrightarrow{e},\overrightarrow{\gamma},\overrightarrow{x})\partial_0\Psi^{(0)} - \int d^4x\psi_k^\dagger\gamma_0(\overrightarrow{e},\overrightarrow{x},\overrightarrow{\partial})\Psi^{(0)},$$

$$\theta_{lr} \equiv \int d^4x\psi_l^\dagger(\overrightarrow{e},\overrightarrow{\gamma},\overrightarrow{x})\partial_0\psi_r - \int d^4x\psi_l^\dagger\gamma_0(\overrightarrow{e},\overrightarrow{x},\overrightarrow{\partial})\psi_r.$$

2. Голографический подход: модель с жесткой стенкой

По аналогии с магнитным случаем [3] изучаем корреляторы голографических полей, чтобы найти вращательную восприимчивость. Рассматриваем N_c D4 бран и N_f $D8-\overline{D8}$ пар ($D4/D8/\overline{D8}$-система), описанную в работе [5]. Подходящий член Черна - Саймонса есть $S_{cs} = \alpha_8\int C_1\wedge dC_3\wedge\ F\wedge F$, где α_8 - константа, свойственная модели с $D8$-бранами. Здесь $C_1 = A_g$, $dC_1 = F_g$, A_g - гравифотонное поле, dC_3 - 4-форма, содержащая заряд D4 бран. Можно проинтегрировать это выражение по S_4, так что $\int\limits_{S_4} dC_3 = 2\pi N_c$. В итоге приходим к нужному члену действия:

$$\frac{N_c}{24\pi^2}\int C_1\wedge\ F\wedge F.$$

Голографическое вычисление дает для двуточки

$$\langle AV\rangle \simeq q_0^2\frac{2\Omega\langle\overline{\Psi}\Psi\rangle m}{Q^4}\frac{1,815x_m^4}{27}\frac{\mu N_f}{f_\pi^2}\frac{N_c}{24\pi^2}$$

и операторное разложение

$$\langle V_3A_{0||}\rangle \simeq \frac{(4q_0q^0m\langle\overline{\Psi}\sigma_{12}\Psi\rangle)}{Q^4}.$$

Сравнивая выражения, получаем восприимчивость:

$$\chi_g = \frac{1,815 x_m^4}{2 \cdot 54} \frac{\mu N_f}{f_\pi^2} \frac{N_c}{24\pi^2} \simeq 0,7 \cdot 10^{-3} x_m^4 \frac{\mu N_f N_c}{\pi^2 f_\pi^2},$$

$$x_m = Q z_m,$$

откуда видно, что данная голографическая модель дает неудовлетворительный, Q-зависимый результат.

Список литературы

[1] B. L. Ioffe and A. V. Smilga, “Nucleon Magnetic Moments and Magnetic Properties of Vacuum in QCD,” Nucl. Phys. B 232, 109 (1984). doi:10.1016/0550-3213(84)90364-X

[2] P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, E.V. Luschevskaya, M. I. Polikarpov, "Chiral magnetization of non-Abelian vacuum: a lattice study [arXiv:0906.0488 [hep-lat]]

[3] Alexander Gorsky, Alexander Krikun, "Magnetic susceptibility of the quark condensate via holography [arXiv:0902.1832 [hep-ph]]

[4] A. Aristova, D. Frenklakh, A. Gorsky, D. Kharzeev, "Vortical susceptibility of finite-density QCD matter [arXiv:1606.05882 [hep-ph]]

[5] T. Sakai and S. Sugimoto, “Low energy hadron physics in holographic QCD,” Prog. Theor. Phys. 113, 843 (2005) [arXiv:hep-th/0412141]